

Πανελλαδικές εξετάσεις 2017

Ενδεικτικές απαντήσεις στο μάθημα «Μαθηματικά (Άλγεβρα) ΕΠΑΛ»

Θέμα Α

A1) Απόδειξη (Σχολικό βιβλίο σελίδα 31)

A2) α) Λάθος (Σχολικό βιβλίο σελίδα 67)

β) Σωστό (Σχολικό βιβλίο σελίδα 16)

γ) Σωστό (Σχολικό βιβλίο σελίδα 91)

A3) α) $(x^p)' = px^{p-1}$

β) $(\sin x)' = -\eta\mu x$

$$\gamma) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Θέμα Β

B1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{1^2 + 1 - 2}{1 - 1} = \frac{0}{0}$ απροσδιόριστη μορφή [οι ρίζες του αριθμητή είναι 1 και -2] συνεπώς:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$$

$$B2) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{v} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = 5$$

$$B3) \text{ Για την διακύμανση : } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (t_i - \bar{x})^2}{10} = \frac{(4-3)^2 + (3-3)^2 + \dots + (4-3)^2}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

$$B4) \text{ Για τον συντελεστή μεταβολής } CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{1,4}}{5} \cdot 100\% = \frac{1,18}{5} \cdot 100\% = 23,6\%$$

Θέμα Γ

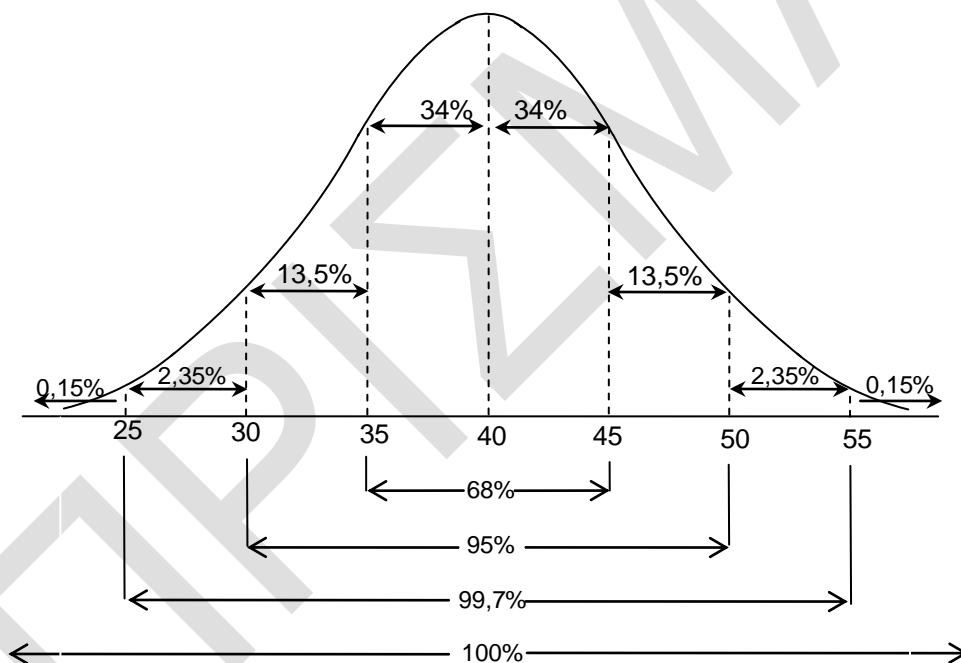
Γ1) Στην κανονική κατανομή το 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερο της μέσης τιμής συνεπώς $\bar{x} = 40$

Γ2) Στην κανονική κατανομή όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα το 16% των παρατηρήσεων είναι μικρότερο του $\bar{x} - s$, συνεπώς $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$

Γ3) Ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών έχει το 16% των εργαζομένων, άρα αφού το σύνολο είναι $n=400$, οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη από 45 είναι $\frac{16}{100} \cdot 400 = 64$ εργαζόμενοι

Γ4) Ηλικία από 30 έως 45 έτη έχει το $68\% + \frac{95\% - 68\%}{2} = 81,5\%$ των εργαζομένων, άρα οι εργαζόμενοι

είναι $\frac{81,5}{100} \cdot 400 = 326$ εργαζόμενοι



Θέμα Δ

Δ1) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ με $A_f = \mathbb{R}$

Η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (1, 3) \text{ f γνησίως αύξουσα.}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty) \text{ f γνησίως φθίνουσα.}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
f'	-		+	-
f				
		TE	TM	
		$f(1) = -\frac{1}{3}$	$f(3) = 1$	

Δ2) Για $x=1$ τοπικό ελάχιστο το $f(1) = -\frac{1}{3}$

Για $x=3$ τοπικό μέγιστο το $f(3) = 1$

Δ3) Έστω $M(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής θα ισχύει

$$f'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

άρα το σημείο είναι το $M(2, f(2))$ με $f(2) = \frac{1}{3}$

Δ4) $f''(x) = (-x^2 + 4x + 3)' = -2x + 4$

άρα $y = -2x + 4$

Οι τεταγμένες προκύπτουν από τις τετμημένες αν τις πολλαπλασιάσουμε με -2 και προσθέσουμε το 4.

Άρα από εφαρμογή 3 σελίδα 99 σχολικό βιβλίο για $S_x = 3$ το $S_y = |-2| \cdot S_x = 6$.