Πανελλαδικές εξετάσεις 2015

Ενδεικτικές απαντήσεις στο μάθημα «Φυσική κατεύθυνσης ΓΕΛ»

Θέμα Α

Α1. α

Α2. β

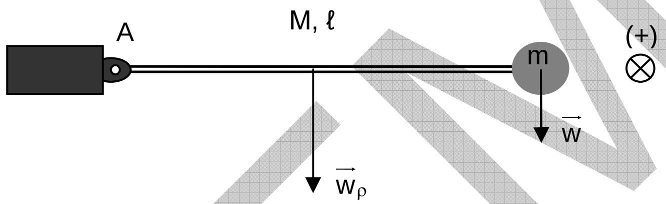
Α3. α

Α4. δ

Α5. Λ, Σ, Σ, Λ, Σ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση η **iii.**



Αφού η ράβδος, μάζας Μ και μήκους ℓ, είναι ομογενής το κέντρο μάζας της θα συμπίπτει με το γεωμετρικό της κέντρο και εκεί θα ασκείται το βάρος της $\vec{w}_\rho$. Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται η δυνάμεις που δίνουν ροπή στο σύστημα ράβδος – μάζα, τη στιγμή που αφήνεται από την οριζόντια θέση.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής του συστήματος δίνεται: $I_\rho = \frac{1}{3}M\ell^2$,

η ροπή αδράνειας του σφαιριδίου, ως προς τον ίδιο άξονα, υπολογίζεται: $I_\sigma = m\ell^2 \Rightarrow I_\sigma = \frac{M}{2}\ell^2$

και συνεπώς η ροπή αδράνειας του συστήματος, ως προς τον ίδιο άξονα, προκύπτει:

$$I_{o\lambda} = I_\rho + I_\sigma \Rightarrow I_{o\lambda} = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{1}{2}M\ell^2 \Leftrightarrow I_{o\lambda} = \frac{5}{6}M\ell^2$$

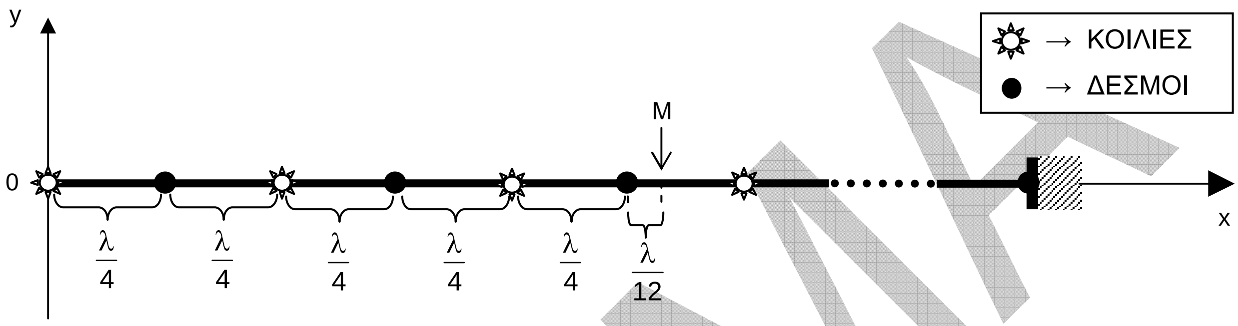
Από το 2^o Νόμο του Newton στη στροφική κίνηση, γνωρίζουμε ισχύει: $\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ και από το Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής Κίνησης (Θ.Ν.Σ.Κ.): $\Sigma\vec{\tau} = I\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$.

Συνδυάζουμε τους δύο Νόμους και διαιρούμε κατά μέλη τις αλγεβρικές τιμές για τους ρυθμούς μεταβολής της στροφορμής της ράβδου προς τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής για το σύστημα. Με βάση τη θετική φορά του σχήματος και έχοντας υπόψη ότι η γωνιακή τους επιτάχυνση είναι κοινή, έχουμε:

$$\frac{\frac{dL_{\rho}}{dt}}{\frac{dL_{ολ}}{dt}} = \frac{I_{\rho}\,\cancel{\alpha_{γων}}}{I_{ολ}\,\cancel{\alpha_{γων}}} \Leftrightarrow \frac{dL_{\rho}}{dt} = \frac{I_{\rho}}{I_{ολ}}\frac{dL_{ολ}}{dt} \Rightarrow \frac{dL_{\rho}}{dt} = \frac{I_{\rho}}{I_{ολ}}\Sigma\tau_{ολ} \Rightarrow \frac{dL_{\rho}}{dt} = \frac{\frac{1}{3}\cancel{M\ell^2}}{\frac{5}{6}\cancel{M\ell^2}}\left(\tau_{w_{\rho}} + \tau_{w}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dL_{\rho}}{dt} = \frac{2}{5}\left(Mg\frac{\ell}{2} + \frac{M}{2}g\ell\right) \Leftrightarrow \boxed{\frac{dL_{\rho}}{dt} = \frac{2}{5}Mg\ell}$$

B2. Σωστή απάντηση η **iii.**



Η εξίσωση που δίνεται στην εκφώνηση αναφέρεται σε στάσιμό κύμα που η αρχή μέτρησης των αποστάσεων (x = 0) είναι κοιλία, όπως ακριβώς αναφέρεται στη θεωρία του βιβλίου.

Οι συμβολισμοί για σημεία του μέσου που αναφέρονται σε κοιλίες και σε δεσμούς φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

Σύμφωνα με τη θεωρία, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ή δύο διαδοχικών κοιλιών σε ένα στάσιμο κύμα, είναι ίση με μισό μήκος κύματος $\frac{\lambda}{2}$. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικής κοιλίας και δεσμού, λοιπόν, θα είναι $\frac{\lambda}{4}$.

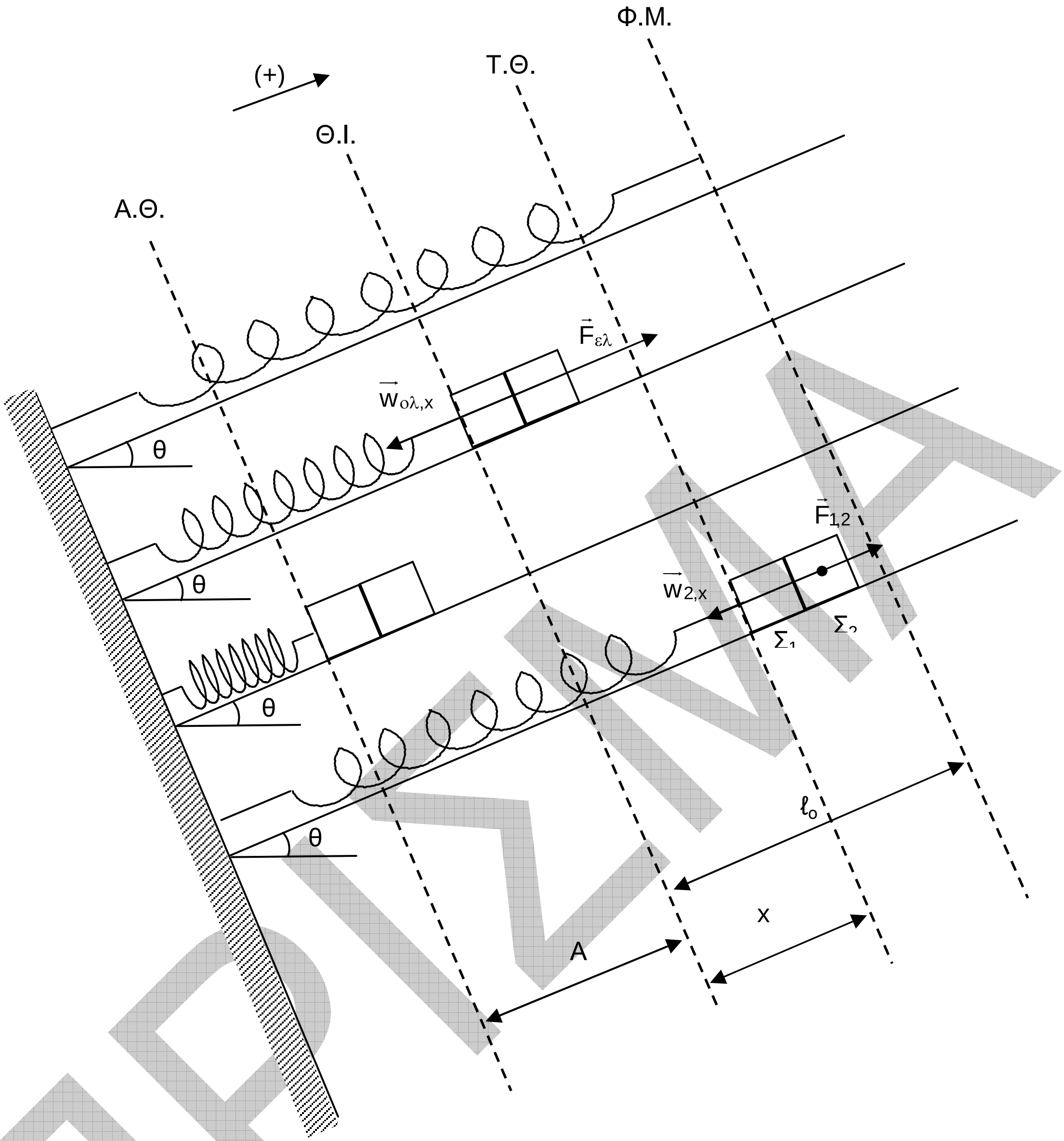
Επομένως το σημείο Μ θα βρίσκεται στη θέση: $x_M = 5\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Leftrightarrow x_M = \frac{16\lambda}{12} \Leftrightarrow x_M = \frac{4\lambda}{3}$

και θα ταλαντώνεται με πλάτος:

$$A' = \left|2A \cdot συν\left(2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right)\right| \Leftrightarrow A' = \left|2A \cdot συν\left(2\pi\frac{\frac{4\cancel{\lambda}}{3}}{\cancel{\lambda}}\right)\right| \Leftrightarrow A' = \left|2A \cdot συν\left(\frac{8\pi}{3}\right)\right| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A' = \left|2A \cdot συν\left(\frac{6\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right)\right| \Leftrightarrow A' = \left|2A \cdot \cancelto{-\frac{1}{2}}{συν\left(\frac{2\pi}{3}\right)}\right| \Leftrightarrow A' = \left|\cancel{2}A \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)\right| \Leftrightarrow \boxed{A' = A}$$

Β3. Σωστή απάντηση η **i.**



Το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς:

$$D = k \Rightarrow m_{ολ}\omega^2 = k \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_{ολ}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Έστω $\vec{F}_{1,2}$ η δύναμη επαφής που δέχεται το $Σ_2$ από το $Σ_1$. Από τη συνθήκη α.α.τ. για την ταλάντωση μόνο του $Σ_2$, έχουμε:

$$\Sigma F_{2,x} = -D_2 x \Rightarrow F_{1,2} - w_{2,x} = -m_2\omega^2 x \Rightarrow F_{1,2} - m_2 g ημθ = -m_2\omega^2 x \overset{(1)}{\Rightarrow} F_{1,2} = m_2 g ημθ - m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} x \quad (2)$$

Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το $Σ_1$ από το $Σ_2$ είναι η ελάχιστη τιμή της δύναμης $\vec{F}_{1,2}$, λόγω της επαφής τους να είναι μεγαλύτερη του μηδενός, άρα για x = A που έχουμε την $\vec{F}_{1,2min}$:

$$F_{1,2min} > 0 \overset{(2)}{\Rightarrow} \cancel{m_2} g ημθ - \cancel{m_2} \frac{k}{m_1 + m_2} A > 0 \Leftrightarrow \frac{k}{m_1 + m_2} a < g ημθ \Leftrightarrow kA < (m_1 + m_2) g ημθ$$

Θέμα Γ

Αφού ο ιδανικός πυκνωτής είναι φορτισμένος σε τάση V, για το μέγιστο φορτίο με το οποίο ξεκινούν και οι αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις, θα έχουμε: Q = CV.

Από τη σχέση για την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίο $U_E = 8\cdot 10^{-2}(1-i^2)\quad(\text{S.I.})$, που μας δίνεται στην εκφώνηση, για i = 0 έχουμε:

$$U_{Emax} = E_T = 8\cdot 10^{-2}\,\text{J} \Rightarrow U_{Emax} = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2 \Rightarrow U_{Emax} = \frac{1}{2}\frac{1}{\cancel{C}}C^{\cancel{2}}V^2 \Leftrightarrow C = \frac{2U_{Emax}}{V^2} \Rightarrow C = \frac{2\cdot 8\cdot 10^{-2}}{40^2}\,\text{F} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{\cancel{16}\cdot 10^{-2}}{\cancel{16}\cdot 10^{2}}\,\text{F} \Leftrightarrow \underline{C = 10^{-4}\,\text{F}}$$

Επιπλέον από τον ορισμό της ενέργειας ηλεκτρικής ταλάντωσης έχουμε:

$$E_T = U_E + U_B \Leftrightarrow U_E = E_T - U_B \Rightarrow U_E = 8\cdot 10^{-2}\,\text{J} - \frac{1}{2}Li^2$$

Και συγκρίνοντας με τη σχέση της εκφώνησης: $U_E = 8\cdot 10^{-2}(1-i^2)\quad(\text{S.I.}) \Leftrightarrow U_E = 8\cdot 10^{-2} - 8\cdot 10^{-2}i^2\quad(\text{S.I.})$

προκύπτει: $\frac{1}{2}L = 8\cdot 10^{-2}\,\text{H} \Leftrightarrow \underline{L = 16\cdot 10^{-2}\,\text{H}}$

Γ1. Στις αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η περίοδος δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{16}{100}10^{-4}}\,\text{s} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{16\cdot 10^{-6}}\,\text{s} \Leftrightarrow T = 2\pi\cdot 4\cdot 10^{-3}\,\text{s} \Leftrightarrow \boxed{T = 8\pi\cdot 10^{-3}\,\text{s}}$$

Γ2. Για την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου θα έχουμε:

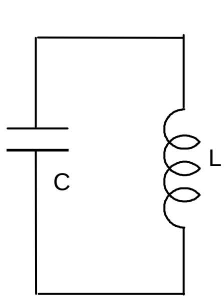
$$U_E = \frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2 \Rightarrow U_E(t) = \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2\cdot\text{συν}^2\omega t \Rightarrow U_E\left(\frac{T}{12}\right) = E_T\cdot\text{συν}^2\frac{2\pi}{\cancel{T}}\frac{\cancel{T}}{12} \Leftrightarrow U_E\left(\frac{T}{12}\right) = E_T\text{συν}^2\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U_E\left(\frac{T}{12}\right) = E_T\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow U_E\left(\frac{T}{12}\right) = E_T\frac{3}{4} \Rightarrow U_E\left(\frac{T}{12}\right) = 8\cdot 10^{-2}\frac{3}{4}\,\text{J} \Leftrightarrow \boxed{U_E\left(\frac{T}{12}\right) = 6\cdot 10^{-2}\,\text{J}}$$

Γ3. Κάθε φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται τριπλάσια από της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου: $U_E = 3U_B$, έχουμε:

$$U_E + U_B = E_T \Leftrightarrow U_E + \frac{U_E}{3} = E_T \Leftrightarrow \frac{4U_E}{3} = E_T \Rightarrow \frac{4}{3}\frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \Leftrightarrow q^2 = \frac{3}{4}Q^2 \Leftrightarrow q^2 = \frac{3}{4}C^2V^2 \Rightarrow |q| = \frac{\sqrt{3}}{2}CV$$

Ισχύει ότι:



$$V_L = -V_C \Rightarrow L\frac{di}{dt} = -\frac{q}{C} \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{q}{Lc} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\omega^2 q \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|-\omega^2 q\right| \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|-\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{\sqrt{3}}{2}CV\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{\sqrt{3}}{2}CV \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{4\pi^2}{\left(8\pi\cdot 10^{-3}\right)^2}\frac{\sqrt{3}}{2}10^{-4}40\frac{\text{A}}{\text{s}} \Leftrightarrow \boxed{\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{\sqrt{3}}{8}10^3\,\text{A/s}}$$

(Β’ Τρόπος, με χρήση θεωρίας παραγώγων)

Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος θα είναι: $i = -I\cdot\text{ημ}\omega t$. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος θα είναι η παράγωγος αυτής της συνάρτησης, άρα:

$$\frac{di}{dt} = -I\cdot\omega\cdot\text{συν}\omega t \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\omega\cdot Q\cdot\omega\cdot\text{συν}\omega t \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\omega^2\cdot q$$

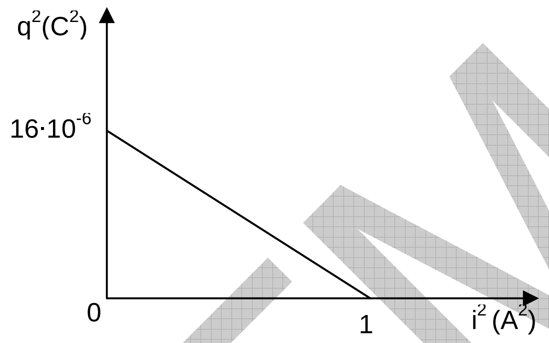
Επομένως, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος, κάθε φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται τριπλάσια από της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου, θα είναι:

$$\left|\frac{di}{dt}\right| = \left|-\omega^2 q\right| \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|-\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{\sqrt{3}}{2}CV\right| \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{\sqrt{3}}{2}CV \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{4\pi^2}{\left(8\pi\cdot 10^{-3}\right)^2}\frac{\sqrt{3}}{2}10^{-4}40\frac{A}{s} \Leftrightarrow \boxed{\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{\sqrt{3}}{8}10^3\,A/s}$$

Γ4. Από τον ορισμό της ενέργειας ταλάντωσης, θα έχουμε:

$$U_E + U_B = E_T \Leftrightarrow \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 = E_T \Leftrightarrow q^2 + LCi^2 = 2CE_T \Leftrightarrow q^2 = 2CE_T - LC\cdot i^2 \Rightarrow \boxed{q^2 = 16\cdot 10^{-6} - 16\cdot 10^{-6}\cdot i^2 \;\; (S.I.)}$$

η οποία είναι της μορφής y = β - αx, οπότε η γραφική παράσταση προκύπτει:

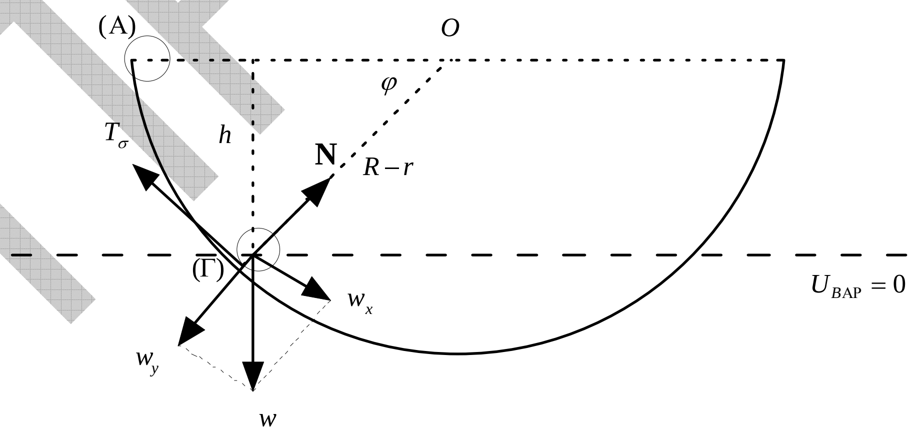


Όπου η μέγιστη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος, υπολογίζεται:

$$I = \omega Q \Rightarrow I = \frac{2\pi}{T}Q \Rightarrow I = 1A$$

Θέμα Δ

Δ1.



Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{R-r} \Leftrightarrow h = (R-r)\eta\mu\varphi \Leftrightarrow h = \frac{7}{8}R\eta\mu\varphi$$

Για τις συνιστώσες του βάρους προκύπτουν:

$$w_x = mg\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi \;\; \text{και} \;\; w_y = mg\cdot\eta\mu\varphi$$

Από το 2^{o} Νόμο Newton, έχουμε για τη μεταφορική κίνηση της μικρής σφαίρας:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow w_x - T_\sigma \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma = m\alpha_{cm} \qquad (1)$$

και από το Θεμελιώδη Νόμο για τη Στροφική Κίνηση, ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$$\Sigma\vec{\tau}_{cm} = I_{cm}\vec{\alpha}_\gamma \Rightarrow T_\sigma \cancel{r} = \frac{2}{5}mr^{\cancel{2}}\alpha_\gamma \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2}{5}mr\alpha_\gamma \underset{\alpha_{cm}=\alpha_\gamma r}{\overset{\kappa\acute{\upsilon}\lambda\iota\sigma\eta\ \chi\omega\rho\acute{\iota}\varsigma\ o\lambda\acute{\iota}\sigma\theta\eta\sigma\eta}{\Rightarrow}} T_\sigma = \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \qquad (2)$$

Οπότε η (1) με την βοήθεια της (2) γίνεται:

$$mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{2}{5}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}m\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{5g\sigma\upsilon\nu\varphi}{7}$$

και η έκφραση της στατικής τριβής σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας φ, προκύπτει:

$$(2) \Rightarrow T_\sigma = \frac{2}{5}m\frac{5g\sigma\upsilon\nu\varphi}{7} \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2mg\sigma\upsilon\nu\varphi}{7} \Rightarrow \boxed{T_\sigma = 4\sigma\upsilon\nu\varphi \ \ (S.I)}$$

Δ2. Η μικρή σφαίρα εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο Ο και ακτίνα (R – r). Για τη κεντρομόλο δύναμη έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_\kappa = m\vec{\alpha}_\kappa \Rightarrow N - w_y = m\alpha_\kappa \Leftrightarrow N = m\alpha_\kappa + w_y \overset{\alpha_\kappa = \frac{\upsilon_{cm}^2}{R-r}}{\Rightarrow} N = m\frac{\upsilon_{cm}^2}{R-r} + mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow N = m\frac{\upsilon_{cm}^2}{\frac{7}{8}R} + mg\eta\mu\varphi \qquad (3)$$

Στη μικρή σφαίρα ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις ($W_{Ts} = 0$) άρα, επιλέγοντας το επίπεδο $U_{\beta\alpha\rho} = 0$ να διέρχεται στο ύψος του Γ, από Α.Δ.Μ.Ε για τις θέσεις (Α) και (Γ) έχουμε:

$$E_{M_A} = E_{M_\Gamma} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mg\frac{7}{8}R\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\omega^2 \Leftrightarrow mg\frac{7}{8}R\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{5}m\upsilon_{cm}^2 \Leftrightarrow$$

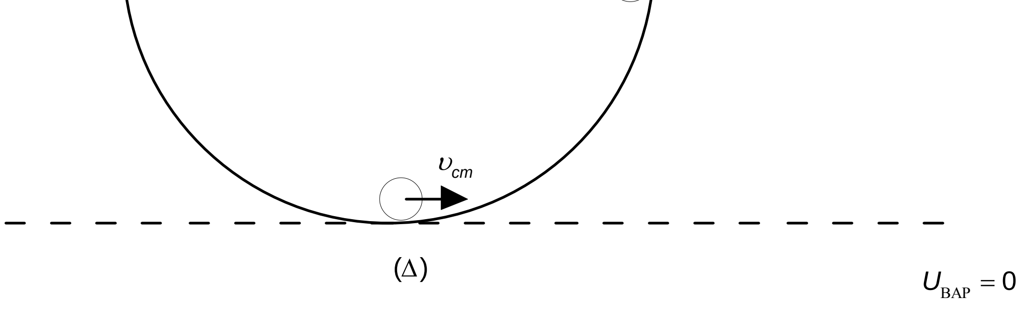
$$\Leftrightarrow \cancel{m}g\frac{7}{8}R\eta\mu\varphi = \frac{7}{10}\cancel{m}\upsilon_{cm}^2 \Leftrightarrow \upsilon_{cm}^2 = \frac{10}{8}gR\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \upsilon_{cm}^2 = \frac{5}{4}gR\eta\mu\varphi \qquad (4)$$

Έτσι η (3) μέσω της (4) γίνεται:

$$N = m\frac{\frac{5}{4}gR\eta\mu\varphi}{\frac{7}{8}R} + mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow N = \frac{8}{7}\frac{m}{R}\frac{5}{4}gR\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow N = \frac{8}{7}\frac{m}{R}\frac{5}{4}gR\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{10}{7}mg\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow N = \frac{17}{7}mg\eta\mu\varphi \Rightarrow N = \frac{17}{7}14\frac{1}{2}N \Leftrightarrow \boxed{N = 17N}$$

Δ3. Από το σημείο Δ μέχρι το σημείο Ε η μικρή σφαίρα θα εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, ενώ από το σημείο Ε και πάνω θα διατηρεί τη γωνιακή της ταχύτητα σταθερή, αφού θα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους της, που δε δίνει ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της.



Για να βρούμε αυτή το μέτρο της $υ_{cm'}$, εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε για τις θέσεις (Δ) και (Ε), με επιλογή του επίπεδο $U_{βαρ} = 0$ να διέρχεται στο ύψος του Δ αυτή τη φορά και έχουμε:

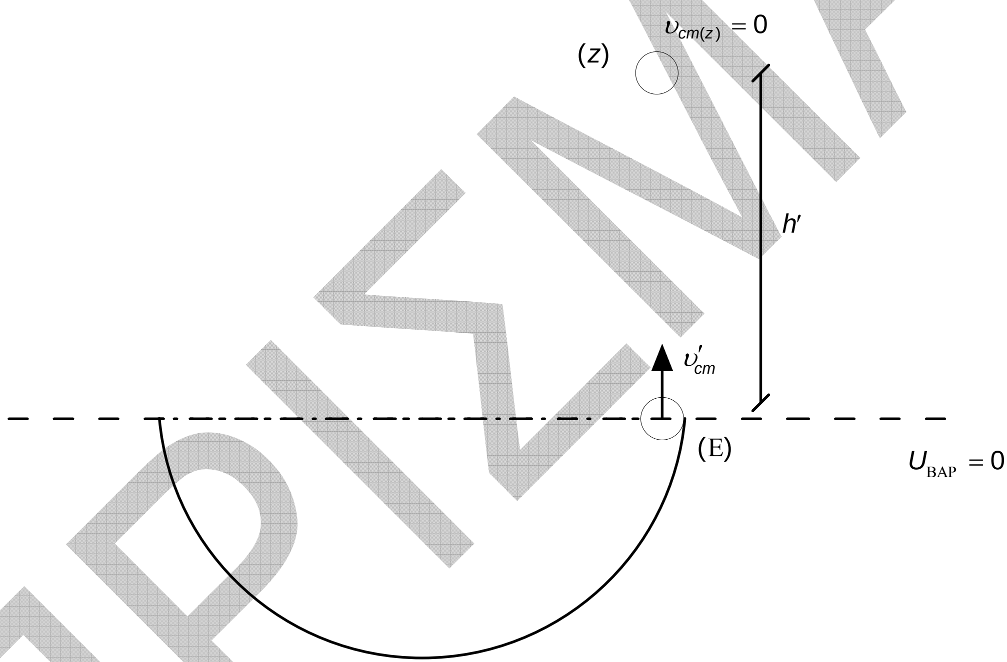
$$E_{M_{\Delta}} = E_{M_{E}} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^{2} + \frac{1}{2}I\omega^{2} + mgr = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}'^{2} + \frac{1}{2}I\omega'^{2} + mgR \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^{2}\omega^{2} + mgr = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}'^{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^{2}\omega'^{2} + mgR \Leftrightarrow \frac{1}{2}\upsilon_{cm}^{2} + \frac{1}{5}\upsilon_{cm}^{2} + gr = \frac{1}{2}\upsilon_{cm}'^{2} + \frac{1}{5}\upsilon_{cm}'^{2} + gR \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{10}\upsilon_{cm}^{2} + gr - gR = \frac{7}{10}\upsilon_{cm}'^{2} \Rightarrow \frac{7}{10}36 + 10\frac{1{,}6}{8} - 10\cdot 1{,}6 = \frac{7}{10}\upsilon_{cm}'^{2} \Leftrightarrow \upsilon_{cm}'^{2} = 16 \Leftrightarrow \upsilon_{cm}' = 4m/s$$

Επιλέγοντας τώρα το επίπεδο $U_{βαρ} = 0$ να στο ύψος του Ε και εφαρμόζοντας Α.Δ.Μ.Ε για τις θέσεις Ε και Ζ, (έχοντας υπόψη ότι $ω'$ =σταθερή, αφού $Στ_{cm}$ =0), έχουμε:

$$E_{M_{E}} = E_{M_{Z}} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_{cm}'^{2} + \frac{1}{2}I\omega'^{2} = mgh' + \frac{1}{2}I\omega'^{2} \Rightarrow h' = \frac{\upsilon_{cm}'^{2}}{2g} \Rightarrow h' = \frac{16}{20}m \Leftrightarrow \boxed{h' = 0{,}8m}$$



Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου (δηλαδή, όταν της ασκείται μόνο βάρος και άρα $Στ_{cm}$ =0), δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{\mu}}{dt} + \frac{dK_{\sigma}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -\Sigma F\cdot\upsilon_{cm}' + \cancel{\Sigma\tau_{cm}}^{0}\cdot\omega \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -mg\upsilon_{cm}{}' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -14\cdot 4\frac{J}{s} \Leftrightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -56\frac{J}{s}}$$

Τέλος, από το 2° Νόμο του Newton στη στροφική κίνηση, γνωρίζουμε ισχύει: $\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dL}{dt} = 0}$