Πανελλαδικές εξετάσεις 2016

Ενδεικτικές απαντήσεις στο μάθημα «ΦΥΣΙΚΗ ΟΠ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ»

Θέμα Α

Α1. β

Α2. γ

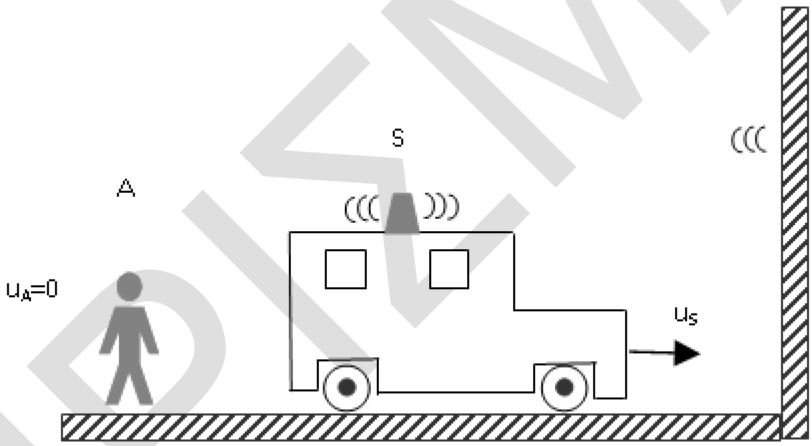
Α3. β

Α4. δ

Α5. Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση η **iii.**



Αφού η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, η συχνότητα του ήχου που θα ακούει απευθείας από τη σειρήνα ο παρατηρητής, θα δίνεται από τη σχέση:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s \Leftrightarrow f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\frac{11\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s \Leftrightarrow f_1 = \frac{10\,\cancel{\upsilon_{\eta\chi}}}{11\cancel{\upsilon_{\eta\chi}}} f_s \Leftrightarrow \boxed{f_1 = \frac{10}{11} f_s}$$

Για να υπολογίσουμε τη συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής από ανάκλαση από τον κατακόρυφο βράχο, εργαζόμαστε ως εξής:

Θεωρούμε ακίνητο παρατηρητή Β στον κατακόρυφο βράχο. Η συχνότητα που θα άκουγε αφού η πηγή θα τον πλησίαζε είναι:

$$f_B = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s} f_s \Rightarrow f_B = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s \Leftrightarrow f_B = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\frac{9\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s \Leftrightarrow f_B = \frac{10\,\cancel{\upsilon_{\eta\chi}}}{9\,\cancel{\upsilon_{\eta\chi}}} f_s \Leftrightarrow \boxed{f_B = \frac{10}{9} f_s}$$

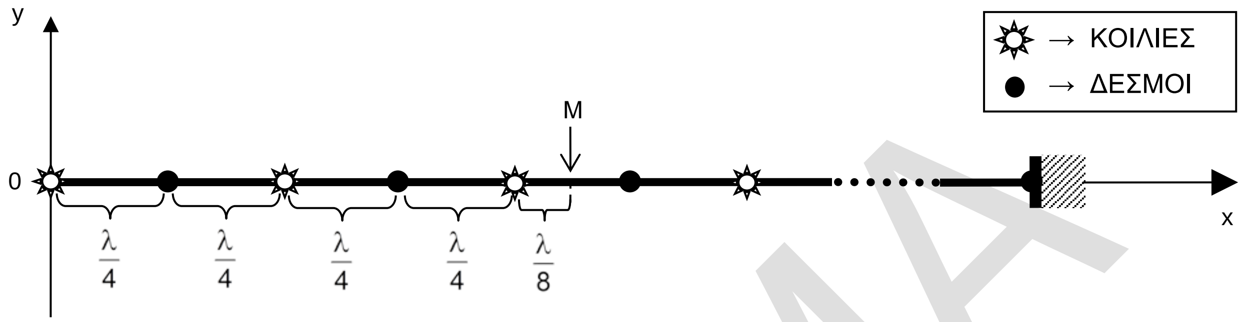
Αυτή η συχνότητα είναι η συχνότητα με την οποία ανακλάται ο ήχος από τον κατακόρυφο βράχο. Αφού δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ του ακίνητου παρατηρητή Α και του κατακόρυφου βράχου, θα έχουμε:

$$f_2 = f_B$$

Συνεπώς, ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{\frac{\cancel{10}}{11}\cancel{f_s}}{\frac{\cancel{10}}{9}\cancel{f_s}}\Leftrightarrow\boxed{\frac{f_1}{f_2}=\frac{9}{11}}$$

Β2. Σωστή απάντηση η **i.**



Η εξίσωση που δίνεται στην εκφώνηση αναφέρεται σε στάσιμό κύμα που η αρχή μέτρησης των αποστάσεων (x = 0) είναι κοιλία, όπως ακριβώς αναφέρεται στη θεωρία του βιβλίου.

Οι συμβολισμοί για σημεία του μέσου που αναφέρονται σε κοιλίες και σε δεσμούς φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

Το σημείο Μ βρίσκεται στη θέση: $x_M=\frac{9\lambda}{8}$

και ταλαντώνεται με πλάτος:

$$A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right)\right|\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{\frac{9\cancel{\lambda}}{8}}{\cancel{\lambda}}\right)\right|\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\frac{9\pi}{8}\right)\right|\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{4}\right)\right|\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{8\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)\right|\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right|\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A'_M=\left|2A\cdot\cancelto{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4}\right)}\right|\Leftrightarrow A'_M=\left|\cancel{2}A\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\right)\right|\Leftrightarrow\boxed{A'_M=\sqrt{2}A}$$

Η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης του σημείου Μ, λοιπόν, προκύπτει:

$$\upsilon_{max}=\omega A'_M\Rightarrow\upsilon_{max}=\frac{2\pi}{T}A'_M\Leftrightarrow\boxed{\upsilon_{max}=\frac{2\pi}{T}\sqrt{2}A}$$

Β3. Σωστή απάντηση η **ii.**

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α, δίνεται από τη σχέση:

$$\Lambda = \frac{1}{2}\rho\upsilon_A{}^2$$

Για το ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό, το οποίο έχει στρωτή ροή, εφαρμόζουμε εξίσωση Συνέχειας και εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της οριζόντιας ρευματικής γραμμής που διέρχεται από τα σημεία Α και Β:

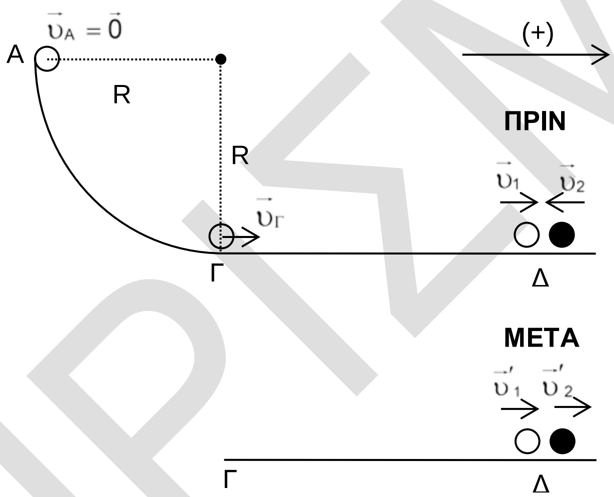
$$\text{Εξίσωση Συνέχειας}: \ \Pi_A = \Pi_B \Rightarrow A_A\upsilon_A = A_B\upsilon_B \Rightarrow 2\cancel{A_B}\upsilon_A = \cancel{A_B}\upsilon_B \Leftrightarrow \underline{\upsilon_B = 2\upsilon_A}$$

$$\text{Εξίσωση Bernoulli}: \ p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A{}^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B{}^2 \Leftrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\upsilon_B{}^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_A{}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_B{}^2 - \upsilon_A{}^2\right) \Leftrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left[\left(2\upsilon_A\right)^2 - \upsilon_A{}^2\right] \Leftrightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left[4\upsilon_A{}^2 - \upsilon_A{}^2\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_A - p_B = 3\frac{1}{2}\rho\upsilon_A{}^2 \Leftrightarrow \boxed{p_A - p_B = 3\Lambda}$$

Θέμα Γ



Γ1. Εφόσον το κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο είναι λείο, οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ_1 είναι διατηρητικές και εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε για την κίνηση του σώματος Σ_1 από τη θέση Α στη θέση Γ, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας στο οριζόντιο επίπεδο:

$$\text{ΑΔΜΕ}\left(A,\Gamma\right): E_{M_A} = E_{M_\Gamma} \Rightarrow \cancel{K_A}^0 + U_A = K_\Gamma + \cancel{U_\Gamma}^0 \Rightarrow \cancel{m}gR = \frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon_\Gamma{}^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gR} \Rightarrow \boxed{\upsilon_\Gamma = 10m/s}$$

Γ2. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος Σ_1 από τη θέση Γ έως τη θέση Δ, ελάχιστα πριν την κρούση των σωμάτων:

$$\text{ΘΜΚΕ}\left(\Gamma \rightarrow \Delta\right): K_\Delta - K_\Gamma = \Sigma W \Rightarrow K_\Delta - K_\Gamma = W_{T_1}{}^{\Gamma\rightarrow\Delta} \Rightarrow K_\Delta - K_\Gamma = -T_1 s_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Delta - K_\Gamma = -\mu N_1 s_1 \Rightarrow K_\Delta - K_\Gamma = -\mu w_1 s_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_\Delta{}^2 - \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_\Gamma{}^2 = -\mu\cancel{m_1}gs_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_\Delta{}^2 = \upsilon_\Gamma{}^2 - \mu g s_1 \Rightarrow \upsilon_\Delta = \sqrt{\upsilon_\Gamma{}^2 - \mu g s_1} \Rightarrow \underline{\upsilon_\Delta = 8m/s = \upsilon_1}$$

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, με βάση τη θετική φορά του σχήματος, ισχύουν οι εξής σχέσεις αλγεβρικών τιμών:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{-2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}8\frac{m}{s} + \frac{6\cancel{m_1}}{\cancel{4}\cancel{m_1}}(-\cancel{4}\frac{m}{s}) \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1' = -10\frac{m}{s}}$$

$$\upsilon_1' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}8\frac{m}{s} + \frac{2\cancel{m_1}}{\cancel{4}\cancel{m_1}}(-\cancel{4}\frac{m}{s}) \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1' = +2\frac{m}{s}}$$

Γ3. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του Σ_2 υπολογίζεται:

$$\left|\Delta\vec{P}_2\right| = \left|\vec{P}'_2 - \vec{P}_2\right| \Rightarrow \left|\Delta\vec{P}_2\right| = \left|m_2\vec{\upsilon}'_2 - m_2\vec{\upsilon}_2\right| \Rightarrow \left|\Delta\vec{P}_2\right| = \left|m_2\left(\vec{\upsilon}'_2 - \vec{\upsilon}_2\right)\right|$$

και με βάση τη θετική φορά, αλγεβρικά έχουμε:

$$\left|\Delta\vec{P}_2\right| = \left|3\left[2-(-4)\right]\right|kg\frac{m}{s} \Leftrightarrow \left|\Delta\vec{P}_2\right| = \left|+3\cdot 6\right|kg\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\left|\Delta\vec{P}_2\right| = 18kg\frac{m}{s}}$$

και αφού η αλγεβρική της τιμή είναι θετική, έχει κατεύθυνση οριζόντια και προς τα θετικά.

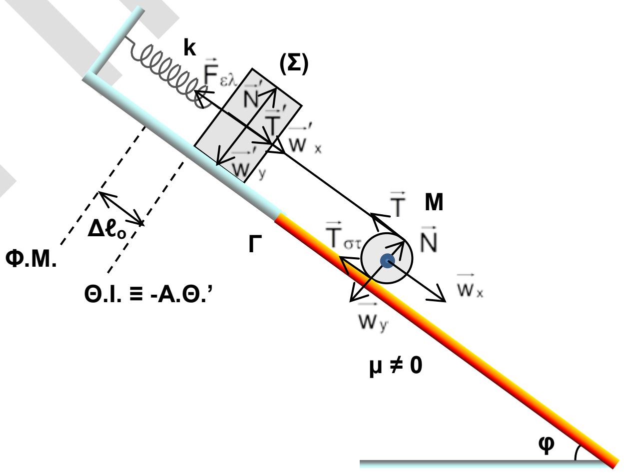
Γ4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 (π%), υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi\% = \frac{\Delta K_1}{K_1}\cdot 100\% \Leftrightarrow \pi\% = \frac{K_1' - K_1}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\upsilon_1'^2 - \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\upsilon_1^2}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\upsilon_1^2}100\% \Leftrightarrow \pi\% = \frac{\upsilon_1'^2 - \upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi\% = \frac{100-64}{64}100\% \Leftrightarrow \boxed{\pi\% = 56,25\%}$$

Θέμα Δ

Δ1.



Για τις συνιστώσες του βάρους του κάθε σώματος, προκύπτουν:

$$w_x = Mg\cdot συνφ \text{ , } w_y = Mg\cdot ημφ$$

$$w_x' = mg\cdot συνφ \text{ , } w_y' = mg\cdot ημφ$$

Για την ισορροπία του ομογενούς κυλίνδρου, έχουμε:

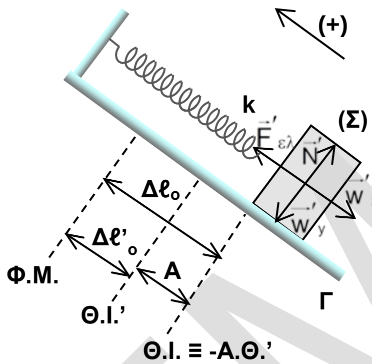
$$\Sigma\vec{\tau}_{cm} = \vec{0} \Rightarrow T\cancel{R} = T_{\sigma}\cancel{R} \Leftrightarrow T_{\sigma} = T$$

$$1\text{ος}NN : \Sigma\vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow T + T_{\sigma\tau} = w_x \Rightarrow 2T = Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \boxed{T = 5N}$$

Για την ισορροπία του σώματος Σ, έχουμε:

$$1\text{ος}NN : \Sigma\vec{F}'_x = \vec{0} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = T' + w'_x \Rightarrow k\Delta\ell_o = T + mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \boxed{\Delta\ell_o = 0{,}1m}$$

Δ2.



Την t = 0 που το νήμα κόβεται, το Σ ξεκινά Α.Α.Τ. με <u>D = k = 100N/m</u>, γύρω από την καινούργια Θ.Ι.', στην οποία έχουμε:

$$1\text{ος}NN : \Sigma\vec{F}'_x = \vec{0} \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = w'_x \Rightarrow k\Delta\ell'_o = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \underline{\Delta\ell'_o = 0{,}05m}$$

και το Σ έχει μηδενική ταχύτητα, οπότε βρίσκεται σε Α.Θ.' της ταλάντωσής του και με βάση τη δεδομένη θετική φορά αυτή θα είναι η –Α.Θ.', δηλαδή η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι:

$\underline{\varphi_o = 3\pi/2 \text{ rad}}$.

Από τη γεωμετρία ευθύγραμμων τμημάτων του σχήματος, υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης αυτής:

$A = \Delta\ell_o - \Delta\ell'_o \Rightarrow \underline{A = 0{,}05m}$

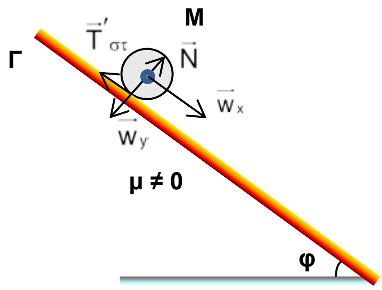
Η γωνιακή της συχνότητα υπολογίζεται:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow \underline{\omega = 10r/s}$$

Επομένως, η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει:

$$\Sigma F = -Dx \Rightarrow \Sigma F = -kA\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right), \quad (S.I.)}$$

Δ3.



Από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής, έχουμε για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma\vec{F}_x = M\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow w_x - T'_\sigma = M\alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T'_\sigma = M\alpha_{cm} \qquad (1)$$

και από το Θεμελιώδη Νόμο για τη Στροφική Κίνηση, ως προς τον άξονα περιστροφής του:

$$\Sigma\vec{\tau}_{cm} = I_{cm}\vec{\alpha}_\gamma \Rightarrow T'_\sigma \cancel{R} = \frac{1}{2}MR^{\cancel{2}}\alpha_\gamma \Leftrightarrow T'_\sigma = \frac{1}{2}MR\alpha_\gamma \overset{\text{κύλιση χωρίς ολίσθηση}}{\underset{\alpha_{cm}=\alpha_\gamma R}{\Rightarrow}} T'_\sigma = \frac{1}{2}M\alpha_{cm} \qquad (2)$$

Οπότε η (1) με την βοήθεια της (2) γίνεται:

$$Mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T'_\sigma = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow \cancel{M}g\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{1}{2}\cancel{M}\alpha_{cm} = \cancel{M}\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$

Οπότε: $\alpha_\gamma = \dfrac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_\gamma = \dfrac{100}{3}\dfrac{r}{s^2}$

Η γωνιακή μετατόπιση προκύπτει για N περιστροφές, όμως, προκύπτει:

$$\Delta\vartheta = 2\pi N \Rightarrow \Delta\vartheta = 24rad$$

Ο κύλινδρος εκτελεί Ο.Επιτ.Σ.Κ, οπότε ισχύουν:

$$\left\{\begin{array}{l} \omega = \alpha_\gamma t \\ \Delta\vartheta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 \end{array}\right. \Rightarrow \Delta\vartheta = \frac{\omega^2}{2\alpha_\gamma} \Rightarrow \omega = \sqrt{2\alpha_\gamma \Delta\vartheta} \Rightarrow \omega = 40r/s$$

Επομένως, το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου θα είναι:

$$L = I\omega \Rightarrow L = \frac{1}{2}MR^2\omega \Rightarrow \boxed{L = 0,4kg\frac{m^2}{s}}$$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου την t=0 υπολογίζεται:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_\mu}{dt} + \frac{dK_\sigma}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon'_{cm} + \Sigma\tau_{cm} \cdot \omega' \Rightarrow \frac{dK}{dt} = M\alpha_{cm}\ \upsilon_{cm}{}' + I_{cm}\alpha_\gamma \cdot \omega' \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = 100\frac{J}{s}}$$

$$\text{Αφού: } \left\{\begin{array}{l} \upsilon'_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t' \\ \omega = \alpha_\gamma t' \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \upsilon'_{cm} = 10\frac{m}{s} \\ \omega = 100\frac{r}{s} \end{array}\right.$$